平成 24 年 5 月 18 日　　　　　　　　　　　公共経済学　消費者行動理論演習解答

**1**

(a) 完備性
(b)$\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{x}$
(c) 推移性（推移律）
(d) 無差別
(e) 上級財
(f) 中級財
(g) 下級財
(h) 正常財
(i) ギッフェン財

**2**

(a) $x_i(\boldsymbol{p}, e(\boldsymbol{p}, u^*))$
(b)
$$\frac{\partial x_i(\boldsymbol{p}^*, e(\boldsymbol{p}^*, u^*))}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i(\boldsymbol{p}^*, e(\boldsymbol{p}^*, u^*))}{\partial e(\boldsymbol{p}^*, u^*)} \frac{\partial e(\boldsymbol{p}^*, u^*)}{\partial p_j}$$
(c)$h_j(\boldsymbol{p}^*, u^*)$
(d) 代替効果
(e) 所得効果

**3**

(1) $MRS_{12} = \frac{\partial u}{\partial x_1} / \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{x_2}{x_1}$
(2) 以下の最大化問題を解く

$$\max_{x_1, x_2} \ x_1 x_2$$
$$\text{subject to}$$
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I, x_1 > 0, x_2 > 0$$

ラグランジアンは
$$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1 x_2 + \lambda(I - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$
$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0$ から，$\lambda$ を消去すると
$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$
これは最適消費点では個人の限界代替率が市場における限界代替率と一致することを意味する．これと $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$ より，マーシャルの需要関数が以下のように求まる．

$$x_1^*(\boldsymbol{p}, I) = \frac{I}{2p_1}$$
$$x_2^*(\boldsymbol{p}, I) = \frac{I}{2p_2}$$

間接効用関数は，マーシャルの需要関数を元の効用関数に代入すれば求められる．

$$v(\boldsymbol{p}, I) = \frac{I^2}{4p_1p_2}$$

(3) $\underline{u} = v$ と見なせるから，(2) で求めた間接効用関数の式と恒等式より支出関数は以下のように求められる．

$$e(\boldsymbol{p}, v) = I = 2\sqrt{p_1p_2v}$$

さらに恒等式から，補償需要関数も求められる．

$$h_1(\boldsymbol{p}, v) = \frac{\partial e(\boldsymbol{p}, v)}{\partial p_1} = \sqrt{\frac{p_2v}{p_1}}$$
$$h_2(\boldsymbol{p}, v) = \frac{\partial e(\boldsymbol{p}, v)}{\partial p_2} = \sqrt{\frac{p_1v}{p_2}}$$

(4) 価格 $p_1$ が変化するときの財 1 に関するスルツキー方程式の代替効果 (2 つの財の相対価格が変化したことによる需要の限界的変化) は，

$$\frac{\partial h_1(\boldsymbol{p}, v)}{\partial p_1} = -\frac{1}{2p_1}\sqrt{\frac{p_2v}{p_1}}$$

で示される (効用水準が $v(= \underline{u})$ に保たれていることに注目).

一方，所得効果 (値上がりにより実質所得が減少することによる需要の限界的変化) は以下で示される．

$$-x_1(\boldsymbol{p}, I)\frac{\partial x_1(\boldsymbol{p}, I)}{\partial I} = -\frac{I}{4p_1^2}$$

(5) 手順は (2) と同様なので省略する．限界代替率が一致することに注目しよう．このため最適な消費の組み合わせは同一となる．ここで，$\tilde{u} = ln(u)$ という関係が成り立っている．つまりこの問題は，効用関数の単調増加変換は最適選択に影響を及ぼさないことの例を示している．