平成 28 年 5 月 19 日　　　　　　　　　　公共経済学　消費者行動理論演習

Exercise of ‘Theory of Consumer Behavior’, May 19th, 2016

1. 以下の文章中の (a)〜(i) に入る用語または数式を答えよ．

   - 消費者の選好に関する公理として，次に述べる 3 つのものが知られている．なお，$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}$ は消費ベクトル（消費の組み合わせ）であり，X は閉集合かつ凸集合であるとする．
（　a　）: For all $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ in X, either $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{y}$ or $\boldsymbol{y} \succeq \boldsymbol{x}$ or both.
（反射性）: For all $\boldsymbol{x}$ in X,（　b　).
（　c　）: For all $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$, and $\boldsymbol{z}$ in X, if $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{y}$ and $\boldsymbol{y} \succeq \boldsymbol{z}$, then $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{z}$.
   - $\boldsymbol{x}$ のベクトルを消費するときと $\boldsymbol{y}$ のベクトルを消費するときで全く同一水準の満足度を得られる場合，両方のベクトルが消費者にとって（　d　）であるという．
   - 所得が増加した際に需要が増加する財を（　e　），需要が変化しない財を（　f　），需要が減少する財を（　g　）と呼ぶ．また，価格が下落した際に需要が増加する財を（　h　），需要が減少する財を（　i　）と呼ぶ．

   Put proper words or equations into parentheses (a) to (i).

   - Following axioms about individuals’ preference are well known, where $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}$ are consumption vectors. Assume that X is closed and convex set.
（　a　）: For all $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ in X, either $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{y}$ or $\boldsymbol{y} \succeq \boldsymbol{x}$ or both.
（reflexivity）: For all $\boldsymbol{x}$ in X,（　b　).
（　c　）: For all $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$, and $\boldsymbol{z}$ in X, if $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{y}$ and $\boldsymbol{y} \succeq \boldsymbol{z}$, then $\boldsymbol{x} \succeq \boldsymbol{z}$.
   - Assume that individuals are equally satisfied when they consume $\boldsymbol{x}$ and $\boldsymbol{y}$, respectively. These two vectors are（　d　）for individuals.
   - As income rises the quantity demanded of a（　e　）rises, the quantity demanded of a（　f　）is unchanged, and the quantity demanded of an（　g　）falls. As the price of a good rises the quantity demanded of a（　h　）falls, and the quantity demanded of a（　i　）also rises.

2. 次のような効用関数をもつ個人を考える．
Consider an individual whose utility function is described as follows.

$$u = \ln x_1 + \ln x_2$$

財 1 と財 2 の価格はそれぞれ p_1，p_2 であり，所得を I とする．以下の問いに答えよ．
Suppose that price of good 1 and 2 are p_1，p_2, respectively, and her income is I.

(a) 財 1 の財 2 に対する限界代替率 MRS_{12} を求めよ．
Derive the marginal rate of substitution of good 1 to good 2, MRS_{12}.

(b) 財 1，財 2 それぞれの（マーシャルの）需要関数 $x_i^*(\boldsymbol{p}, I)$ および間接効用関数 $v(\boldsymbol{p}, I)$ を求めよ．
Derive the Marshallian demand function $x_i^*(\boldsymbol{p}, I)$ and the indirect utility function $v(\boldsymbol{p}, I)$.

(c) (2) の結果を利用して支出関数 $e(\boldsymbol{p}, \underline{u})$ と補償需要関数（ヒックスの需要関数）$h_i(\boldsymbol{p}, \underline{u})$ を求めよ．
Derive the expenditure function $e(\boldsymbol{p}, \underline{u})$ and the Hicksian demand function $h_i(\boldsymbol{p}, \underline{u})$ by using the answer above.

(d) スルツキー方程式を用いて，p_1 が上昇するとき，財 1 の需要に与える代替効果と所得効果をそれぞれ求めよ．
What is the amount of substitution effect and income effect to the demand of good 1 when p_1 increases? Solve this question by using Slutsky equation.

3. ２つの正常財 x_1，x_2 からなる経済を考える．$u(x_1, x_2) = x_1^{0.5}x_2^{0.5}$ という効用関数を持つ消費者を考えよう．各財の価格は p_1, p_2，消費者の所得は I である．
Consider an economy with two ordinary goods x_1, x_2. Assume that individuals' utility function is $u(x_1, x_2) = x_1^{0.5}x_2^{0.5}$ and their income is I. Price of goods are p_1, p_2, respectively.

(a) この消費者の効用最大化問題を定式化せよ．
Formulate an algebraic expression for utility maximization of individuals.

(b) 需要関数 $x_1(p_1, p_2, I), x_2(p_1, p_2, I)$ を求めよ．
Derive Marshallian utility functions $x_1(p_1, p_2, I), x_2(p_1, p_2, I)$.

(c) 無差別曲線及び予算制約線 (α) を図示し，最適消費点 (x_1^*, x_2^*) を図中に記せ．
Draw the indirect curve and the budget constraint line (α) and show the point for optimal consumption (x_1^*, x_2^*) on the graph.

(d) 財 1 に消費税 t をかけるとしよう．このとき財 1 の価格は $p_1 + t$ と書ける．
Assume that consumption tax t is charged for good 1. The price of good 1 is now $p_1 + t$.

i. このときの予算制約式を書け．
Formulate an algebraic expression for the new budget constraint line

ii. 無差別曲線及び予算制約線 (β) を図示し，最適消費点 (x_1^{**}, x_2^{**}) をその図中に示せ．
Draw the indirect curve and the new budget constraint line (β) and show the point for optimal consumption (x_1^{**}, x_2^{**}) on the graph.

iii. この消費税による税収 R はいくらか．
What is the amount of tax revenue R thorough the consumption tax?

(e) (d) で求めた R と同じ額の税収を得られるように，所得税をかける場合を考える．このとき消費者にとっての実質的な所得は $I - R$ となる．
Let us consider another case where income tax is charged in order to have the same amount of tax revenue R derive in the above question (d). Individuals' income is now $I - R$.

i. 予算制約式を書け．
Formulate an algebraic expression for the new budget constraint line.

ii. 無差別曲線及び予算制約線 (γ) を図示し，最適消費点 (x_1^{***}, x_2^{***}) を示せ．
Draw the indirect curve and the new budget constraint line (γ) and show the point for optimal consumption (x_1^{***}, x_2^{***}) on the graph.

iii. どちらのケースにおいて消費者がより高い効用を獲得しているかについて考察せよ．
Discuss about in which case individuals have higher utility.

注：(c)(d)(e) それぞれに一つずつ別々の図を描くこと．また，(d)(e) の図には，(c) で描いた予算制約線 (α) も記入すること．
Note: Draw the graph for each question (c),(d), and (e), respectively. Also draw the budget constraint line (α) in graphs (d) and (e)

4. $u(x_1, x_2) = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln x_2 \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$ という効用関数をもつ個人を考えよう．ここに x_1, x_2 はそれぞれ財 1，財 2 の消費量である．また各財は正常財であると仮定する．

Assume a household with the following utility function $u(x_1, x_2) = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln x_2 \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$, where x_1, x_2 are the amount of consumption for normal good 1 and 2, respectively.

(a) この効用関数は何型と呼ばれているか．また x_1 を横軸に，x_2 を縦軸にとって無差別曲線の概形を図示せよ．
Answer the name of this type of utility function. Draw the outline of indifferent curves with x_1 as horizontal axis and x_2 as vertical axsis.

(b) 財 1，財 2 の価格がそれぞれ p_1, p_2，所得が y であるとする．この個人の効用最大化行動を定式化せよ．Formulate the utility maximization problem of the household. Price of good 1 and 2 are p_1, p_2, and income of the households is y.

(c) (a) で描いた図に予算制約線を書き加え，各財の最適な消費の組み合わせ (x_1^*, x_2^*) を示した図を描け．また効用最大化問題を解くことにより需要関数を導出せよ．（ただし内点解を仮定する．）
Add the budget constraint line to the figure in (a), and show the optimal consumption level (x_1^*, x_2^*) in the figure. Derive the demand function by solving the utility maximization problem by assuming internal solution.

(d) 財 1 の価格が p_1 から p_1' $(p_1 > p_1')$ に変化したとしよう．このとき最適消費の組み合わせは (x_1^{**}, x_2^{**}) へ変化する．新しい予算制約線と最適消費点を書き加えた図を描け．
Suppose that the price of good 1 shift p_1 to p_1' $(p_1 > p_1')$, then optimal consumption level is expressed as (x_1^{**}, x_2^{**}). Draw a new figure with new budget constraint line and new optimal consumption level.

(e) (d) で描いた図中に所得効果と代替効果を表す矢印を書き加えよ．
Draw arrows on the figure in (d) to show the income effect and substitution effect.